1.2 Los senderos, los polígonos y el perímetro

Logros del aprendizaje

Después de estudiar esta sección, podrás:

Describir situaciones que pueden ser modeladas por senderos poligonales

Distinguir polígonos de otras formas planas

Usar los nombres estándares para polígonos de 3 a 10 lados

Escribir y usar fórmulas algebraicas para encontrar los perímetros de algunos polígonos.

Supón que quieres llegar a la oficina del principal. Es posible que no puedas llegar hasta allí en una línea recta porque hay paredes y muebles en el camino. Un sólo segmento de línea no es un buen modelo para tu ruta. Pero puede que puedas diagramar una ruta hecha de varios segmentos de línea, como en la Figura 1.5.

Figura 1.5

La Figura 1.5 muestra un sendero que comienza en un salón de clases *A*, sale hacia el pasillo *B*, continúa por el pasillo hasta *C*, donde vira hacia la izquierda y llega hasta la entrada de la oficina del principal *D*, y finalmente entra a la oficina *E*. Este es un ejemplo de un **sendero poligonal**, una secuencia de segmentos de línea en el cual cada uno se conecta con el otro, teniendo un extremo en común. El primer segmento (por ejemplo, *AB* en la Figura 1.5) tiene un extremo (*B*) en común con el segundo segmento (*BC*); el segundo segmento tiene un extremo (*C*) en común con el tercer segmento (*CD*); y así sucesivamente.

Términos

Un sendero *poligonal* es un sendero con muchas rodillas. En la Antigua Grecia, el prefijo *poli-* significa muchos, y la raíz *-gon* vienen de la palabra rodilla (o esquina).

Otros ejemplos de senderos poligonales aparecen en la Figura 1.6. Date cuenta que algunos segmentos puede que crucen otros segmentos, y que el último segmento conecte con el primero.

¿Piensas que todos los senderos en la Figura 1.6 deben llamarse polígonos? ¿Por qué sí o por qué no?

Figura 1.6

PICTURE

Para encontrar la longitud de un sendero poligonal, solamente mide cada segmento y suma las longitudes. Los senderos poligonales son frecuentemente usados para modelar cosas como es el manejar distancias entre las ciudades, las rutas de los ferrocarriles o las aerolíneas, y otros tiempos o distancias relacionadas entre cosas. Por ejemplo, en el mapa de la Figura 1.7, el millaje y los tiempos de conducir entre las ciudades están representados por senderos poligonales. En dichos casos, la longitud actual de un segmento en el mapa o diagrama puede que no esté relacionada directamente a la "longitud" que representa. En la Figura 1.7, la longitud en millas que representa un segmento es un número entero (encima de éste). Su longitud en el tiempo de conducción es el número debajo de éste, con horas y minutos separados por dos puntos. La longitud del segmento entre Des Moines, Iowa y Hannibal, Missouri, es 271 millas, ó 5 horas y 8 minutos.

Estas preguntas hacen referencia a la Figura 1.7:

1. **Encuentra el sendero poligonal más corto entre Kansas City y Texarkana. Calcula su longitud en distancia y en tiempo. ¿Qué es inusual acerca de dos segmentos en este sendero?**

2. **Si quieres ir de Kansas City a Texarkana, pero quieres evitar Ft. Smith (por razones personales), es más corto ir a través de Springfield, Missouri y Little Rock, Arkansas, o a través de Fort Scott, Tulsa y Atoka, Oklahoma? ¿Es la ruta más corta en millas y también la ruta más corta en tiempo? Justifica tus respuestas.**

3. **Usando el mapa mide (en milímetros) los segmentos que hacen los dos senderos de polígonos del ejercicio 2. ¿Cuál es el sendero más corto? ¿Cómo esta respuesta se compara con tus respuestas al ejercicio 2?**

Puedes pensar en un sendero de polígonos como un viaje con algunas vueltas a lo largo del camino. Frecuentemente, cuando viajamos, queremos hacer un viaje de ida y vuelta, para regresar a donde comenzamos. Si el sendero de polígonos describe un viaje de ida y vuelta que no visite ningún lugar dos veces en el camino, entonces este es un *polígono*. En otras palabras, un **polígono** es un sendero de polígonos que comienza y termina en el mismo lugar y no se cruza sobre sí mismo en ningún lugar. Por ejemplo, en la Figura 1.7 el sendero de polígonos que describe el viaje de Lincoln a Sioux City a Dubuque a Des Moines a Omaha y a Lincoln es un polígono.

MAP

Figura 1.7

¿Cuáles de las figuras en la Figura 1.8 son polígonos? Justifica tus respuestas.

Figura 1.8

Los segmentos que hacen un polígono son generalmente llamados **aristas**. Es difícil decir por un dibujo de un polígono cuál es la arista que comienza (segmento) y cuál es la que termina. Lo bueno es que generalmente no importa.

PICTURE

A los matemáticos y los científicos (además de otras personas, también) les gusta *clasificar* cosas. Esto es, que les gusta separar cosas en grupos en los cuales los miembros comparten alguna propiedad en común. Esto frecuentemente hace más fácil el tratar con una colección completa de cosas a la misma vez. Los polígonos están clasificados en una variedad de maneras. Una manera es clasificándolo por el número de aristas que tiene. La Figura 1.9 enumera los nombres estándares de polígonos de tres a 10 aristas.

Núm. de lados	**Nombre de la figura**	**Raíz del nombre**
3	triángulo	Griego: *tria* = tres
4	cuadrilátero	Latín: *quattuor* = cuatro
5	pentágono	Griego: *pente* = cinco
6	hexágono	Griego: *hex* = seis
7	heptágono	Griego: *hepta* = siete
8	octágono	Griego: *okto* = ocho
9	nonágono	Latín: *nonus* = nueve
10	decágono	Griego: *deka* = diez

Figura 1.9

La tabla en la Figura 1.9 explica solamente la primera parte de cada palabra. Para la segunda parte:

- tri*ángulo*: tres *esquinas*
- cuadri*látero*: cuatro *lados* en fútbol, un *lateral* es un pase de “costado”.
- pentá*gono*: cinco *esquinas* (literalmente, cinco rodillas)

Rotula cada uno de los polígonos en la Figura 1.10 con uno de los nombres de la tabla de la Figura 1.9.

Figura 1.10

La distancia alrededor del polígono –su longitud como un sendero longitudinal– es llamada su **perímetro**. El perímetro de un polígono es la suma de sus lados.

Términos
El prefijo griego *peri-* significa alrededor. Un *periscopio* es un instrumento para mirar alrededor. El *perímetro* de una figura es la medida de su alrededor.

En algunos casos, este proceso tedioso de adición puede ser reemplazado por la multiplicación. Por ejemplo, si todos los lados de un polígono tienen la misma longitud, su perímetro es solamente el producto de la longitud de cualquiera de sus lados multiplicado por el número de lados. Esos polígonos son llamados **equiláteros**. En símbolos, el perímetro, P, de un polígono equilátero con lados n, cada longitud s, es

$$P = n \cdot s$$

1. **Un decágono equilátero tiene un lado de 7 cm. de longitud. ¿Cuán largo es su perímetro?**
2. **¿Cuál es un nombre más sencillo para un cuadrilátero equilátero? Escribe una fórmula usando multiplicación para encontrar el perímetro de dicha figura. Asegúrate de explicar el significado de cualquier letra que uses.**
3. **Los rectángulos son cuadriláteros que tienen dos pares de lados iguales. Escribe una fórmula eficiente para encontrar el perímetro de dicha figura. Asegúrate de explicar el significado de las letras. Usa tu fórmula para encontrar el perímetro de un rectángulo de 12 pies por 17 pies.**
4. **Algunos hexágonos tienen tres pares de lados opuestos iguales. Escribe una fórmula para encontrar el perímetro de dicha figura. Explica los significados de cualquier letra que uses.**

5. La “huella” (la forma de la base) de una casa de ladrillo histórica en Farmington, Maine, es un octágono equilátero. Cada lado tiene 25 ladrillos de largo. Un ladrillo estándar tiene 8 pulgadas de largo. En pies, ¿cuál es el perímetro de la huella de esta casa?

Aquí hay algunas costumbres que hacen el escribir y el hablar acerca de senderos poligonales más eficiente:

- Los extremos de los segmentos en un sendero poligonal son llamados **vértices**. (Uno solo es llamado **vértice**.) Si estás caminando a lo largo de un sendero poligonal, un vértice es un punto donde cambias de dirección. Nosotros generalmente rotulamos los vértices con letras mayúsculas –A, B, C, etc.– en orden a lo largo del sendero. (Véase la Figura 1.11.)
- Con la posible excepción de los extremos del sendero, un vértice es también donde los extremos de dos segmentos se unen. En cualquier momento que dos segmentos tienen un extremo en común, éstos forman un **ángulo**. El ángulo es nombrado por los tres extremos de los segmentos, con la letra de los extremos en común en el medio. Por ejemplo, en la Figura 1.11, el ángulo B puede ser llamado también $\angle ABC$ (ángulo ABC) ó $\angle CBA$ (ángulo $\angle CBA$).

1. **Dibuja una copia del sendero en la Figura 1.11 y termina de rotular sus vértices en orden.**
2. **Haz una lista de todos los ángulos a lo largo del sendero, usando la anotación de las tres letras que acabamos de describir.**
3. **¿Cuál de los siguientes no son ángulos de este sendero? Justifica tus respuestas.**
   $\angle DCB$ $\angle BDC$ $\angle DEF$ $\angle DFE$ $\angle$GFE

Figura 1.11

Conjunto de ejercicios: 1.2

1. Este ejercicio hace referencia al mapa de conducción en la Figura 1.7. Tú estás planificando un viaje desde tu casa en St. Louis, para ver un juego de fútbol americano de los Dallas Cowboys en Dallas.

(a) Encuentra la ruta más corta en millas desde St. Louis a Dallas. Enumera las ciudades en los vértices de tu ruta. ¿Cuán larga es ésta?

(b) Encuentra la ruta más corta en horas y minutos desde St. Louis a Dallas. ¿Coincide tu respuesta con la parte (a)? ¿Cuán larga es?

(c) A tu regreso de Dallas, quieres visitar un amigo en Wichita, Kansas. Planifica la manera más eficiente para hacer el viaje de regreso. Enumera las ciudades en los vértices de tu ruta. ¿Cuán larga es ésta en millas y en el tiempo de conducción?

(d) Tu viaje de ida y vuelta es representado en el mapa por un polígono. ¿Qué tipo de polígono es éste? Observa la lista de la Figura 1.9. ¿Es la ruta verdadera un polígono? ¿Por qué sí o por qué no?

(e) De acuerdo al mapa, ¿cuál debería ser tu velocidad promedio (en MPH) para el viaje a Dallas? ¿Para el viaje de ida y vuelta a St. Louis? Redondea tus respuestas a un lugar decimal. Prepárate para justificar tus respuestas.

(f) ¿En cuál mitad del viaje piensas que hay más autopistas interestatales? ¿Por qué? Véase parte (e).

PICTURE

2. Uno de los tipos de polígonos enumerados en la Figura 1.9 tiene el mismo nombre de un edificio famoso.

(a) ¿Cuál es éste?

(b) ¿Quién trabaja en este famoso edificio?

(c) ¿Dónde está localizado el famoso edificio?

(d) ¿Cómo obtuvo su nombre?

3. Rotula cada polígono en la Figura 1.12 con el nombre adecuado, de la lista en la Figura 1.9.

Figura 1.12

4. Cuatro de los nombres en la Figura 1.9 están relacionados a los nombres de los meses.

   (a) ¿Cuáles polígonos corresponden a cuáles meses?

   (b) ¿Tienen sentido los nombres en términos de los significados numéricos de las raíces de las palabras? Explica.

PICTURE

5. Amanda Leport, una arquitecto, está haciendo diseños para unas ventanas localizadas encima de las puertas. Ella está considerando dos diseños diferentes, mostrados como polígonos (1) y (2) en la Figura 1.13. En ambos diseños, la base del segmento debe ser de 34 pulgadas, ¿cuál es el ancho de la puerta?

   (a) En el diseño (1), ella está experimentando con la longitud de los lados cortos, los cuales son todos iguales en longitud. Si cada lado corto mide 12 pulgadas, ¿cuál es el perímetro de la ventana?

   (b) Escribe una fórmula para el perímetro en pulgadas del diseño (1), si cada lado corto es *s* pulgadas.

   (c) Para el diseño (2), ella trata de hacer sentido del equilibrio al escoger el perímetro primero y luego calculando las longitudes de los lados cortos, los cuales todos tienen la misma longitud. Si el perímetro es $2\frac{1}{2}$ veces la longitud de la base, ¿cuál es la longitud de cada lado corto?

Figura 1.13

(d) El resultado del ejercicio (c) no parece estar correcto. Para poder tratar diferentes perímetros, ella escribe una fórmula para la longitud s de cada lado corto del diseño (2) como una función de su perímetro, P. ¿Cuál es la fórmula? Trátala encontrando la longitud para un perímetro de 90 pulgadas.

6. Traza o dibuja cada polígono en la Figura 1.14 y rotula sus vértices comenzando donde tú quieras. Entonces haz una lista de todos los vértices, lados y ángulos. ¿Piensas que todos rotularán las figuras de la misma manera? ¿Piensas que todos conseguirán la misma lista de pedazos? Coteja con algunos de tus compañeros para ver si ellos están de acuerdo.

Figura 1.14

PICTURE