# 3.5 Ajustando las funciones a los datos

Nuestro estudio de las funciones trigonométricas comenzó con el examen de los datos que proveía la cantidad de horas de luz al día para cada día del año en la ciudad de Nueva York. Una gráfica con dichos datos es mostrada en la Figura 3.29.

**Logros del aprendizaje**

Después de estudiar esta sección podrás

Ajustar una función trigonométrica apropiada a los datos cíclicos

Usar un modelo matemático para describir los fenómenos del mundo real.

21 de marzo = día 1

Figura 3.29

En esta gráfica el eje de $x$ tiene días del año en vez de grados. Se parece mucho a las curvas del seno que hemos estado discutiendo. Ajustemos una función trigonométrica apropiada a estos datos cíclicos. Nuestro calendario provee un año biciesto cada cuatro años, lo cual hace un período conveniente. ¡De hecho, cada año tiene la misma longitud, 365.25 días! En términos de días, el período de esta curva es de aproximadamente 365.25, mientras que el perído de la curva del seno es 360º. Sabemos que el período de una curva de seno transformada $y$ = seno ($kx$) está dada por $\frac{360\infty}{k}$. Así, si $365.25 = \frac{360}{k}$ se deduce que $k = \frac{360}{365.25}$.

∞ El primer paso al establecer una ecuación es cambiar la función básica del seno a $y$ = seno $\left(\frac{360}{365.25}x\right)$ = seno ($0.986x$).

PHOTO

- El segundo paso es calcular la amplitud de los datos de la curva. Los datos varían de un punto alto de 15.1 (el 21 de junio) a un punto bajo de 9.25 (el 21 de diciembre). Por lo tanto, la amplitud es la mitad de la diferencia entre los valores altos y bajos, ó $0.5(15.1 - 9.25) = 2.925$.
- La ecuación se convierte ahora en $y = 2.925$ seno $(0.986x)$. Los datos de la curva han sido desplazados hacia arriba. Cuando el valor de $x$ es 0, el valor de $y$ es 12.1 y el seno $0^{\circ} = 0$, así que la ecuación final que esperamos modele nuestros datos está dada por $y = 2.925$ seno $(0.986x) + 12.1$. La gráfica en la Figura 3.30 muestra cada uno de los pasos en el proceso de ajuste de esta curva, junto a los datos originales.

Ten en mente que la curva es graficada de pares ordenados generados por la ecuación y no por los puntos de los datos. El ajuste, parece, por lo menos a simple vista, ser uno muy bueno.

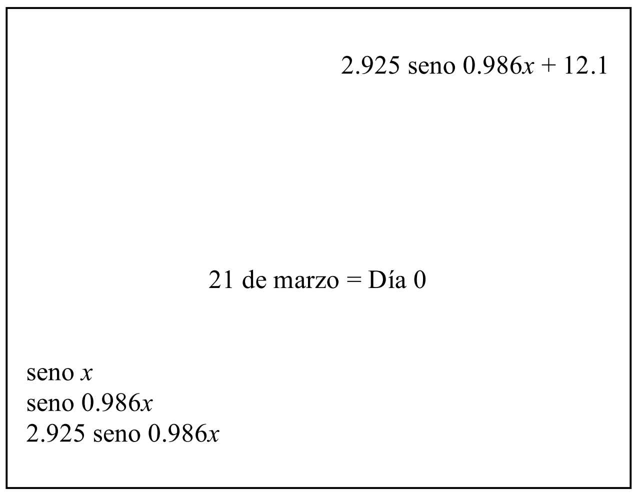


Figura 3.30

**Conjunto de ejercicios: 3.5**

**1.** Regresa a la tabla de la Figura 3.1 y escoge cualesquiera 10 puntos de datos al azar. Trama estos puntos en tu calculadora. Haz además, la gráfica para la función $y = 2.925$ seno $(0.986x) + 12.1$. ¿Dirías que esta ecuación es un buen modelo para la cantidad de horas de luz en la ciudad de Nueva York? Si es así, ¿por qué? Si no es así, ¿por qué no?

**2.** **(a)** Encuentra cuál día del año es mañana, si el día 0 es el 21 de marzo.

**(b)** Usa la función $y = 2.925$ seno $(0.986x) + 12.1$ para predecir la cantidad de horas de luz al día en la ciudad de Nueva York el día de mañana.

**(c)** Encuentra las horas del amanecer y atardecer para el día de mañana en la ciudad de Nueva York y prueba cuán bien funciona esta fórmula.

**(d)** Tu predicción debe encontrarse entre el 5%. Si no es así, explica cuáles factores podrían causar que este modelo matemático sea impreciso.

**3.** En la primera sección de este capítulo hiciste una **Exploración** en la cuál mediste la distancia desde la punta de la aguja que marca la hora en un reloj hasta la parte de arriba de tu escritorio. Usa la gráfica que produjiste de la **Exploración** para establecer una función matemática que relacione la hora con la distancia a la parte de arriba del escritorio.

**4.** La Bahía de Fundy, entre Maine y Canadá, es bien conocida por sus mareas altas. De hecho, han habido una cantidad de propuestas para hacer uso de la tremenda energía en estas mareas para generar electricidad. Cualquier proyecto como éste, por supuesto, descansa fuertemente en el conocimiento de cómo varían las mareas. Los ingenieros usan, a menudo, ecuaciones matemáticas para expresar dichas relaciones haciendo modelos matemáticos de las variaciones en las mareas. En un día dado en alguno de los muelles, la profundidad del agua durante la marea alta es 55 pies y durante la marea baja es 3 pies. Esta marea alta ocurre aproximadamente 6 horas y 10 minutos después de la marea baja. El cambio en las profundidades puede ser aproximado por una curva de coseno (si asumimos que la marea alta ocurre a la hora cero). La función de la marea tiene la forma de $y = A$ coseno $(Bt) + k$ donde $A$ es la amplitud, $B = \dfrac{2\pi}{p}$, donde $p$ es el período (en horas), $k$ es el desplazamiento vertical de la curva, y $t$ es el tiempo transcurrido.

**(a)** Encuentra la amplitud de la función.

**(b)** Encuentra el valor de $k$.

**(c)** Encuentra el período de la función.

**(d)** Encuentra el valor de *B*.

**(e)** Haz una gráfica de la ecuación de la función de la marea donde la profundidad es una función de tiempo.

**(f)** Encuentra la altura de la marea a cada una de las siguientes horas después de la marea alta.

**(i)** 3.08 horas  **(ii)** 6.16 horas  **(iii)** 12.32 horas

**(g)** Encuentra la altura de la marea dos horas *antes* de la marea alta.

**5.** La temperatura promedio en grados para cada mes del año en Syracuse, Nueva York, está dada en esta tabla.

| Ene. | Feb. | Mar. | Abr. | Mayo | Jun. | Jul. | Ago. | Sept. | Oct. | Nov. | Dic. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 24.0 | 24.1 | 33.4 | 45.4 | 56.9 | 66.2 | 71.1 | 69.1 | 62.2 | 51.5 | 40.2 | 28.2 |

**(a)** Usa estos datos para trazar una gráfica, usando 1 para enero, 2 para febrero, y así sucesivamente.

**(b)** ¿Qué tipo de función matemática parece ser esta curva?

**(c)** ¿Cuál es la amplitud de esta función?

**(d)** ¿Cuál es el período de esta función?

**(e)** ¿Cuál es el cambio de fase de la función que has establecido comparada con $y$ = seno $x$?

**(f)** Escribe una ecuación para representar estos datos en términos de la función del seno.

**(g)** Haz una gráfica en tu calculadora de ambas, la función que has establecido y los datos originales. ¿Cuán bien se ajusta esta curva a los datos? Guarda los datos originales en tu calculadora para usarlos en el problema 6.

**6.** Usando los mismos datos del problema 5, contesta lo siguiente:

**(a)** Escribe una ecuación para representar estos datos en términos de la función del coseno.

**(b)** Haz una gráfica en tu calculadora de ambas, la función que has establecido y los datos originales. ¿Cuán bien se ajusta esta curva a los datos? Explica.

**(c)** ¿Hay alguna diferencia entre usar la función del seno y la función del coseno para modelar estos datos? Explica.

**(d)** ¿Cuál sería el cambio de fase de la función que has establecido comparada con $y$ = coseno $x$?

**7.** En Savannah, Georgia, el promedio en la subida y bajada en las mareas difiere por sólo 8 pies 3 pulgadas (8.25 pies). Las mareas altas y bajas ocurren aproximadamente con 6 horas de diferencia. Asume que la marea baja es de sólo 2 pies y que la función matemática general para las mareas es igual como en el problema 4.

**(a)** Encuentra la amplitud de la función.

**(b)** Encuentra el valor de *k*.

**(c)** Encuentra el período de la función.
**(d)** Encuentra el valor de $B$.
**(e)** Haz una gráfica de la ecuación de la función de la marea donde la profundidad es una función de tiempo.
**(f)** Encuentra la altura de la marea a cada una de las siguientes horas después de la marea alta.
**(i)** 3.08 horas **(ii)** 6.16 horas **(iii)** 12.32 horas
**(g)** Encuentra la altura de la marea dos horas *antes* de la marea alta.

**8.** La temperatura promedio en grados para cada mes del año en San Antonio, Texas, está dada en esta tabla.

| Ene. | Feb. | Mar. | Abr. | Mayo | Jun. | Jul. | Ago. | Sept. | Oct. | Nov. | Dic. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 51.9 | 55.3 | 62.2 | 69.3 | 75.4 | 81.6 | 84.0 | 84.0 | 79.3 | 70.8 | 60.5 | 53.7 |

PHOTO

**(a)** Usa estos datos para trazar una gráfica, usando 1 para enero, 2 para febrero, y así sucesivamente.
**(b)** ¿Qué tipo de función matemática parece ser esta curva?
**(c)** ¿Cuál es la amplitud de esta gráfica?
**(d)** ¿Cuál es el período de esta gráfica?
**(e)** ¿Cuál es el cambio de fase de la función que has establecido comparada con $y$ = seno $x$?
**(f)** Escribe una ecuación para representar estos datos en términos de la función del seno.
**(g)** Haz una gráfica en tu calculadora de ambas, la función que has establecido y los datos originales. ¿Cuán bien se ajusta esta curva a los datos? Explica.
**(h)** ¿Cuáles son las diferencias o similitudes entre esta gráfica y la gráfica en el problema 1?

**9.** La temperatura promedio para cada mes del año para una localización desconocida está dada en esta tabla.

| Ene. | Feb. | Mar. | Abr. | Mayo | Jun. | Jul. | Ago. | Sept. | Oct. | Nov. | Dic. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 76.2 | 76.2 | 77.1 | 78.4 | 80.0 | 81.3 | 81.7 | 82.0 | 81.7 | 81.1 | 79.4 | 77.4 |

**(a)** Usa estos datos para trazar una gráfica, usando 1 para enero, 2 para febrero, y así sucesivamente.
**(b)** ¿Qué tipo de función matemática parece ser esta curva?
**(c)** ¿Cuál es la amplitud de esta función?
(d) ¿Cuál es el período de esta función?
**(e)** ¿Cuál es el cambio de fase de la función que has establecido comparada con $y$ = seno $x$?
(f) Escribe una ecuación para representar estos datos en términos de la función del seno.
**(g)** Haz una gráfica en tu calculadora de ambas, la función que has establecido y los datos originales. ¿Cuán bien se ajusta esta curva a los datos? Explica.

**(h)** ¿Cuáles son las diferencias o similitudes entre esta gráfica y la gráfica en el problema 1?

**(i)** Haz una suposición bien fundada sobre esta localización dada que es una ciudad grande donde el español es el lenguaje más comúnmente hablado; no se encuentra en los Estados Unidos continentales, aunque tiene lazos fuertes con los Estados Unidos; y, no es Méjico.

**10.** Pídele a tu maestro otra copia del reloj que fue usado en la **Exploración** en la primera sección de este capítulo. Pégala en tu escritorio de nuevo, como antes, pero esta vez, mide la distancia al lado del escritorio, no la parte de arriba.

**(a)** Mide la distancia (en cm.) de la punta de la aguja que marca la hora al borde del lado de tu escritorio para cada hora, comenzando a la 1:00 y terminando a las 12:00.

**(b)** Registra tus datos en una tabla como la siguiente.

| Hora | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Distancia | | | | | | | | | | | | |

**(c)** Dibuja una gráfica de la hora (eje de $x$) versus la distancia (eje de $y$).

**(d)** ¿Forma este conjunto de pares ordenados una función? ¿Por qué sí, o por qué no?

**(e)** ¿Parecen ser periódicos los pares ordenados? Explica.

**(f)** Asume que en la **Exploración** la 1:00 representa 1 a.m. y las 12:00 es el mediodía. Llama a la 1 p.m. las 13:00 horas y añade los valores para 13:00 a 24:00 horas a la gráfica.

**(g)** ¿Qué función mejor describe tu gráfica?

**(h)** Decide cuál ecuación trigonométrica puede ser usada para producir tus puntos de datos. Haz una gráfica de esta ecuación. ¿Pasa a través de los puntos?

**11.** Pídele a tu maestro otra copia del reloj que fue usado en la **Exploración** en la primera sección de este capítulo. Pégala en tu escritorio de nuevo, pero, esta vez, pégala de manera que haga un ángulo de 30º ó 60º, con una línea paralela a la parte de arriba.

**(a)** Mide la distancia (en cm.) de la punta de la aguja que marca la hora a la esquina de arriba de tu escritorio para cada hora, comenzando a la 1:00 y terminando al mediodía.

**(b)** Registra tus datos en una tabla como la siguiente.

| Hora | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Distancia | | | | | | | | | | | | |

**(c)** Dibuja una gráfica de la hora (eje de $x$) versus la distancia (eje de $y$).

**(d)** ¿Cómo esta gráfica difiere de las otras que has dibujado? ¿Cuál es la relación entre el ángulo donde está el papel y la gráfica?

**(e)** ¿Qué función mejor describe tu gráfica?

**(f)** Haz una gráfica de esta función trigonométrica y describe cuán bien se ajusta a tus datos.

PHOTO