

2.4 Doble trabajo, doble problema

Logros del aprendizaje

Después de estudiar esta sección, podrás:

Convertir una fórmula de interés compuesto a una fórmula basada en la duplicación.

A primera vista, una forma de la fórmula del interés compuesto $y = 100(1 + i)^x$ y la fórmula que usamos en el problema del tablero de ajedrez ($y = 2^x - 1$) aparentan ser algo diferentes. A menudo se nos dice cuánto tiempo toma para que el dinero se duplique, en vez de dársenos una tasa de interés porque intuitivamente tiene más sentido. Por lo tanto, es útil examinar el interés compuesto en términos de la duplicación. Para ayudarte a visualizar esta idea de la duplicación más claramente, la Figura 2.9 muestra una gráfica más precisa del 6% y 12% por año, calculado mensualmente.

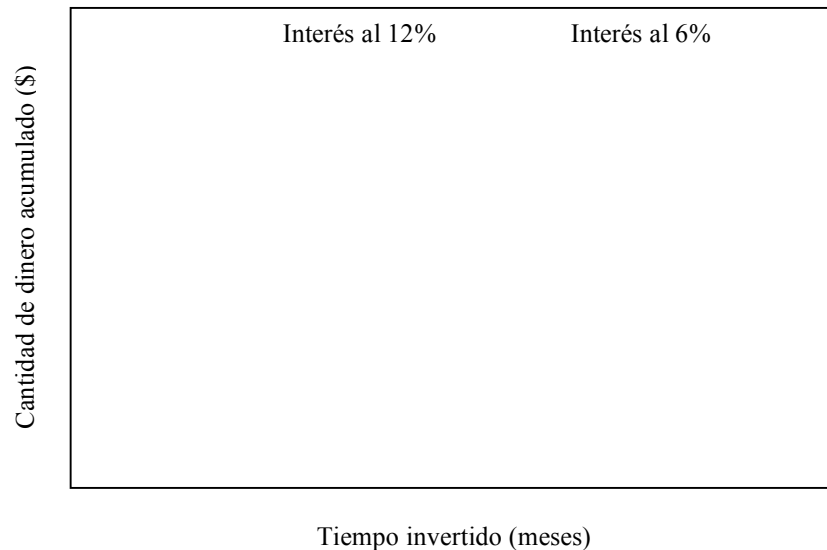


Figura 2.9



1. **Selecciona cualesquiera dos puntos en la curva de 12% para la cuál la cantidad de dinero (la coordenada de y) es el doble de la coordenada de x en la misma curva y úsalas para calcular cuántos meses le toma al dinero duplicarse al 12% por año, calculado mensualmente.**
2. **Repite la pregunta 1 con dos puntos diferentes. ¿Son iguales los resultados? Explica.**

3. Selecciona cualesquiera dos puntos en la curva de 6% para la cuál la cantidad de dinero se ha duplicado y úsala para calcular cuántos meses le toma al dinero duplicarse al 6% por año, calculado mensualmente.
4. Repite la pregunta 1 con dos puntos diferentes. ¿Son iguales los resultados? Explica.
5. Desarrollemos una fórmula para calcular cuál sería el valor de tu dinero cuando se invierte a un 6% por año calculado mensualmente. Esta vez queremos que la fórmula tenga la misma forma que la fórmula que desarrollaste en el problema de los granos de arroz, esto es, $y = 2^t$. Si el dinero se duplica 10 veces, digamos, entonces, \$1 tendría un valor de $1(2^{10}) = \$1,024$. El truco es obtener tiempo en términos de períodos de duplicación (lo que significa el tiempo que se requiere para que algo se duplique). Usa para ayudarte una tabla como la de la Figura 2. 10.



Tiempo transcurrido (en meses)	Cantidad de períodos de duplicación

Figura 2.10

La cantidad de períodos de duplicación para el dinero al 6% anual calculado mensualmente está dado por $\frac{t}{139}$ donde t es la cantidad de meses. Por consiguiente, esperaríamos que la cantidad de dinero después de un tiempo t esté dado por $y = 100(2)^{\frac{t}{139}}$. Ahora tratemos para ver si esto está de acuerdo con la fórmula anterior. Después de 100 meses tendríamos $y = 100(1.005)^{100}$, la cual nos da \$164.67. Usando la fórmula nueva obtendríamos $y = 100(2)^{\frac{100}{139}} = 100(2^{0.7194245}) = \164.65 .

¿Por qué debería haber alguna diferencia? Explica.

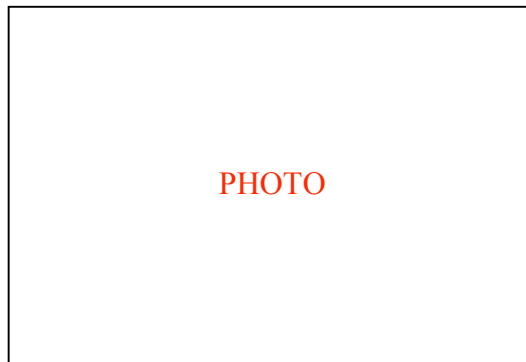


1. **Usa estas ideas para desarrollar una fórmula basada en la duplicación para el dinero invertido a 12% por año calculado mensualmente y verifícalo contra la fórmula de interés compuesto. Asume que tú comienzas con \$100 y lo inviertes durante 20 años.**
2. **Vuelve atrás y mira el título de esta sección. ¿De dónde viene este juego con las palabras?**

La noción de los períodos de duplicación (Ej., cuánto le toma a las cosas duplicarse) es utilizada ampliamente en una variedad de contextos. Las bacterias se dividen por duplicación, de manera que es muy apropiado hablar sobre el período de duplicación para una bacteria. A menudo, el periódico va a informar de esta manera, diciendo que la demanda de energía, por ejemplo, se duplica cada 10 años o que la población mundial se duplica cada 35 años. Sin embargo, una vez se comprenden los principios básicos, las matemáticas se aplican igualmente bien para cualquier cantidad que se duplica de una manera regular, aunque muchas cosas en la naturaleza no tienen casi tan buen comportamiento como el dinero en el banco.

Conjunto de ejercicios: 2.4

1. La bacteria crece por medio de la división en dos bacterias idénticas cuando alcanza cierto tamaño. Cada una de estas nuevas bacterias va a crecer y dividirse en dos bacterias idénticas adicionales. El tiempo que le toma a este crecimiento se le conoce como el período de duplicación. El período de duplicación para la bacteria E. Coli es de 30 minutos. Si tú inhalas una bacteria el martes al mediodía, ¿cuántas bacterias hay en tu sistema el miércoles al mediodía? ¿Qué suposiciones están constituidas en este modelo matemático?



2. La bacteria de salmonela ocasiona intoxicación alimentaria. Esto puede ocurrir a menudo porque la comida que contiene una cantidad pequeña de bacteria de salmonela es guardada en un lugar caliente donde la cantidad de bacterias se puede duplicar cada 20 minutos. Si hay 100 bacterias presentes en un plato de ensalada de papas cuando ésta es preparada con mayonesa o algún producto similar y no se refrigera, ¿cuántas bacterias de salmonela habrá presentes 3 horas después?
3. Si inviertes \$1,000 a un interés anual de 8%, calculado mensualmente, la cantidad de dinero después de x cantidad de años está dado por la fórmula

$$Cantidad = 1000 \left(1 + \frac{0.08}{12} \right)^{12x}$$

- (a) Busca cuánto tiempo le tomaría a tu dinero duplicarse a esta tasa de interés.
- (b) Establece una fórmula para la cantidad de dinero después de x cantidad de años, calculado mensualmente, que pueda rendir aproximadamente los mismos valores que la fórmula de arriba que está en la forma

$$Cantidad = 1000 \cdot 2^{\text{exponente}}$$

